

# ANÁLISIS NUMÉRICO I — Examen Final

25 de Septiembre de 2020

Nombre	Carrera	Condición

- Resolver de forma manuscrita, siguiendo las indicaciones del protocolo de examen.
- Subir el examen escaneado al aula virtual en un único archivo PDF.
- Justificar de forma completa todas las respuestas.

1. Considerar la siguiente función

$$f(x) = \frac{x}{1 + |x|}.$$

- Para la función  $f(x)$  escribir la fórmula del método de Newton, de acuerdo a los distintos casos posibles.
- ¿Es posible aplicar el teorema de convergencia del método de Newton? ¿Por qué?
- Probar que si  $x_0 > 0$  entonces el  $x_1$  generado por el método de Newton es negativo.
- Probar que si  $x_0 < 0$  entonces el  $x_1$  generado por el método de Newton es positivo.
- Encontrar un valor  $b > 0$  tal que para  $-b < x_0 < b$ , el método de Newton converge. (Ayuda: pensar en el la iteración de Newton como una iteración del método de punto fijo.)
- Determinar todos los puntos en la recta donde el método converja.

2. Considerar la función  $f(x) = x^{-3}$ .

- Hallar el polinomio  $p_1$  de grado uno que interpola a la función  $f$  en los puntos  $x_0 = 1$  y  $x_1 = 2$ .
- Hallar el polinomio  $p_2$  de grado dos que interpola a la función  $f$  en los puntos  $x_0 = 1$ ,  $x_1 = 2$  y  $x_2 = 1,5$ .
- Hallar la función lineal  $q$  que mejor aproxime en el sentido de cuadrados mínimos a la función  $f$  en el intervalo  $[1, 2]$ .
- ¿Cuál de los tres polinomios aproxima mejor a  $f$  en el punto  $a = 1,5$ ? ¿Y en  $b = 1,8$ ?

3. **(Solo para libres)** Resolver el siguiente problema mediante el método gráfico:

$$\begin{array}{ll} \text{minimizar} & z = 3x_1 - x_2 \\ \text{suje to a} & x_1 + x_2 \geq 1 \\ & 2x_1 - x_2 \leq 2 \\ & 2x_2 - x_1 \leq 2. \end{array}$$